

KHOA GIÁO DỤC ĐẠI CƯƠNG

BỘ MÔN VH-NN

ĐỀ THI HỌC KỲ MÔN TOÁN CAO CẤP – NĂM HỌC 2016-2017

ĐỀ 1

Thời gian : 75 phút

Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Câu 1: (2 điểm) Gọi z_0 là một nghiệm phức của phương trình

$z^3 = 2 + 2i$. Tính $z_0^2 - z_0$ biết rằng z_0 có phần thực âm và phần ảo dương.

Câu 2: (2 điểm) Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{(e^{\tan x} - 1) \cdot \ln(\sin x^2 + 1)}$

Câu 3: (2 điểm) Tính tích phân suy rộng $\int_0^{+\infty} \frac{e^x dx}{1 + e^{2x}}$

Câu 4: (2 điểm) Cho ma trận $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 6 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 7 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 0 \\ 3 & 8 & 2 & 5 & 2 \end{bmatrix}$

Tìm phần tử ở vị trí hàng 5, cột 4 của ma trận \mathbf{A}^{-1} .

Câu 5: (2 điểm) Tính tích phân kép $I = \iint_D (y + 1) dx dy$

với D là miền phẳng giới hạn bởi các đường có phương trình $x = y^2$ và $y = x - 2$.

--- HẾT ---

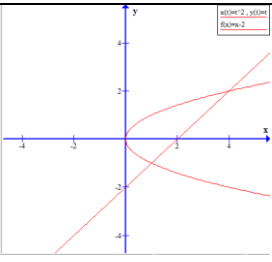
Khoa/bộ môn

GV duyệt đề

GV ra đề

Ngô Văn Thiện Tống Minh Hải Nguyễn Dương Trí Bùi Minh Quân

ĐÁP ÁN ĐỀ 1

Câu	Nội dung	Bước làm	Điểm
1	$2 + 2i = 2\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$	Chuyển dạng lượng giác	0.5
	$\sqrt[3]{2 + 2i} = \sqrt{2} \left[\cos \left(\frac{\pi}{12} + \frac{k2\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{12} + \frac{k2\pi}{3} \right) \right], k = 0, 1, 2$	Khai căn	0.5
	$z_0 = -1 + i$	Chọn z_0	0.5
	$z_0^2 - z_0 = 1 - 3i$	Kết quả	0.5
2	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{(e^{\tan x} - 1) \cdot \ln(\sin x^2 + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{\tan x \cdot \sin x^2}$	Dùng vô cùng bé tương đương	0.5
	$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$	Dùng vô cùng bé tương đương	0.5
	$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{3x^2}$	Dùng L'Hospital	0.5
	$= \frac{1}{6}$	Kết quả	0.5
3	$\int_0^{+\infty} \frac{e^x dx}{1 + e^{2x}} = \lim_{c \rightarrow +\infty} \int_0^c \frac{e^x dx}{1 + e^{2x}}$	Chuyển qua lim	0.5
	$= \lim_{c \rightarrow +\infty} \int_0^c \frac{d(e^x)}{1 + e^{2x}}$	Chuyển về công thức để lấy nguyên hàm	0.5
	$= \lim_{c \rightarrow +\infty} \left(\arctan(e^x) \Big _0^{+\infty} \right)$	Lấy nguyên hàm	0.5
	$= \frac{\pi}{4}$	Kết quả	0.5
4	$\det(A) = -1$	Tính det (cách tùy chọn)	1
	$c_{45} = -10$	Tính phần phụ đại số	0.5
	10	Kết quả	0.5
5		Vẽ hình	0.5
	$I = \iint_D (y+1) dx dy = \int_{-1}^2 dy \int_{y^2}^{y+2} (y+1) dx$	Chuyển về 2 tích phân liên tiếp	0.5
	$= \int_{-1}^2 (-y^3 + 3y + 2) dy$	Tính lớp trong	0.5
	$= \frac{27}{4}$	Kết quả	0.5

KHOA GIÁO DỤC ĐẠI CƯƠNG

BỘ MÔN VH-NN

ĐỀ THI HỌC KỲ MÔN TOÁN CAO CẤP – NĂM HỌC 2016-2017

ĐỀ 6

Thời gian : 75 phút

Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Câu 1: (2 điểm) Cho số phức $z = (2 + 2i)^2$

a) Chuyển z sang dạng lượng giác.

b) Tính $\sqrt[3]{z}$ trong tập số phức.

Câu 2: (2 điểm) Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x - \tan 3x}{x^5 + 2x^4 - 3x^3}$

Câu 3: (2 điểm) Tính tích phân suy rộng $\int_4^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 2x - 3}$

Câu 4: (2 điểm) Tìm hạng của ma trận \mathbf{A} theo λ .

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 11 & 2 \\ 1 & 0 & 4 & -1 \\ 11 & 4 & 56 & 5 \\ 2 & -1 & \lambda & -6 \end{bmatrix}$$

Câu 5: (2 điểm) Tính tích phân kép $I = \iint_D x^2 y dx dy$

với D là miền phẳng giới hạn bởi các đường có phương trình

$$y = x^2, \quad y = \frac{x^2}{4} \quad \text{và} \quad y = 4.$$

--- HẾT ---

Khoa/bộ môn

GV duyệt đề

GV ra đề

Ngô Văn Thiện Tống Minh Hải Bùi Minh Quân Nguyễn Dương Trí

ĐÁP ÁN ĐỀ 6

Câu	Nội dung	Bước làm	Điểm
1	$z = 8i$	Chuyển dạng đại số	0.5
	$z = 8\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right) = 8\left[\cos\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi\right)\right]$	Chuyển dạng lượng giác	0.5
	$\sqrt[3]{8i} = \sqrt[3]{8}\left[\cos\left(\frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3}\right)\right], k = 0,1,2$	Khai căn	0.5
	$z_1 = \sqrt{3} + i; z_2 = -\sqrt{3} + i; z_3 = -2i$	Chọn z_0	0.5
2	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x - \tan 3x}{x^5 + 2x^4 - 3x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-3 \tan^2 3x}{5x^4 + 8x^3 - 9x^2}$	Dùng L'Hospital	0.5
	$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-3 \cdot (3x)^2}{5x^4 + 8x^3 - 9x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-27x^2}{5x^4 + 8x^3 - 9x^2}$	Dùng vô cùng bé tương đương	0.5
	$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-27x^2}{-9x^2}$	Ngắt bỏ vô cùng bé bậc cao	0.5
	$= 3$	Kết quả	0.5
3	$\int_4^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 2x - 3} = \frac{1}{4} \int_4^{+\infty} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+1}\right) dx$	Chuyển về công thức để lấy nguyên hàm	0.5
	$= \frac{1}{4} \ln \left \frac{x-3}{x+1} \right _4^{+\infty}$	Lấy nguyên hàm	0.5
	$= \frac{1}{4} \left(\lim_{x \rightarrow +\infty} \left \frac{x-3}{x+1} \right - \ln \frac{1}{5} \right)$	Chuyển qua lim	0.5
	$= \frac{1}{4} \ln 5$	Kết quả	0.5
4	$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 11 & 2 \\ 1 & 0 & 4 & -1 \\ 11 & 4 & 56 & 5 \\ 2 & -1 & \lambda & -6 \end{bmatrix} \xrightarrow{h_1 \leftrightarrow h_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 & -1 \\ 2 & 1 & 11 & 2 \\ 11 & 4 & 56 & 5 \\ 2 & -1 & \lambda & -6 \end{bmatrix}$	Đổi hàng 1 cho hàng 2	0.5
	$\xrightarrow{\substack{h_2 \rightarrow h_2 - 2h_1 \\ h_3 \rightarrow h_3 - 11h_1 \\ h_4 \rightarrow h_4 - 2h_1}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 4 & 12 & 16 \\ 0 & -1 & \lambda - 8 & -4 \end{bmatrix}$	Chuyển về ma trận bậc thang đối với cột 1	0.5
	$\xrightarrow{\substack{h_2 \rightarrow h_2 - 4h_1 \\ h_4 \rightarrow h_4 + h_2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda - 5 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{h_2 \leftrightarrow h_4} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & \lambda - 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	Chuyển về ma trận bậc thang đối với cột 2	0.5
	$\lambda - 5 = 0 \Rightarrow \lambda = 5$ Hạng của ma trận $R(A) = 2$ $\lambda - 5 \neq 0 \Rightarrow \lambda \neq 5$ Hạng của ma trận $R(A) = 3$		0.5
5		Vẽ hình	0.5
	$I = \iint_D (x^2 y) dx dy = 2 \int_0^4 dy \int_{\sqrt{y}}^{2\sqrt{y}} x^2 y dx$	Chuyển về 2 tích phân liên tiếp	0.5
	$= \frac{14}{3} \int_0^4 y^{\frac{5}{2}} dy$	Tính lớp trong	0.5
	$= \frac{512}{3}$	Kết quả	0.5

KHOA GIÁO DỤC ĐẠI CƯƠNG

BỘ MÔN VH-NN

ĐỀ THI HỌC KỲ MÔN TOÁN CAO CẤP – NĂM HỌC 2016 – 2017

ĐỀ 3

Thời gian : 75 phút

Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Câu 1: (2 điểm)

a) Tính $\frac{(-2 - 2i)^{50}}{\left(\frac{\sqrt{3} - i}{2}\right)^{20}}$.

b) Giải phương trình $z^2 - 5i = 0$.

Câu 2: (2 điểm) Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - \sin^2 x}{(1 - \cos 2x)^2}$.

Câu 3: (2 điểm) Tính tích phân suy rộng $\int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$.

Câu 4: (2 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 1 \\ x_1 - 2x_2 - 5x_3 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 0 \\ 5x_1 - 7x_2 - 4x_3 + 13x_4 = 3 \end{cases}$$

Câu 5: (2 điểm) Tính tích phân kép $I = \iint_{\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 9 \\ x \leq 0; y \leq 0 \end{cases}} (x + y) dx dy$.

--- HẾT ---

Khoa/bộ môn

GV duyệt đề

GV ra đề

Ngô Văn Thiện Tống Minh Hải Bùi Minh Quân Phạm Kim Thủy

ĐÁP ÁN ĐỀ 3

Câu	Nội dung	Bước làm	Điểm
1	$(-2-2i)^{50} = (2\sqrt{2})^{50} \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right)^{50} = (2\sqrt{2})^{50} \left(\cos \frac{125\pi}{2} + i \sin \frac{125\pi}{2} \right)$ $\left(\frac{\sqrt{3}-i}{2} \right)^{20} = \left(\cos \frac{-\pi}{6} + i \sin \frac{-\pi}{6} \right)^{20} = \left(\cos \frac{-10\pi}{3} + i \sin \frac{-10\pi}{3} \right)$	Chuyển dạng lượng giác, lũy thừa	0.5
	$\frac{(-2-2i)^{50}}{\left(\frac{\sqrt{3}-i}{2} \right)^{20}} = (2\sqrt{2})^{50} \left(\cos \frac{395\pi}{6} + i \sin \frac{395\pi}{6} \right) = 2^{74} (\sqrt{3}-i)$	Chia	0.5
	<p>b. Nghiệm của phương trình là tập giá trị của $\sqrt{5i}$</p> <p>$5 = 5 \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right)$. Căn bậc 2 của $5i$ có dạng</p> $z_k = \sqrt{5} \left(\cos \frac{\frac{\pi}{2} + k2\pi}{2} + i \sin \frac{\frac{\pi}{2} + k2\pi}{2} \right), k = 0,1$	Chuyển dạng lượng giác. Khai căn.	0.5
	$z_0 = \sqrt{5} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right); z_1 = \sqrt{5} \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right)$	Kết quả	0.5
2	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - \sin^2 x}{4x^4}$	Dùng vô cùng bé tương đương	0.5
	$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \sin 2x}{16x^3}$	Dùng L'Hospital	0.5
	$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - 2\cos 2x}{48x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2}{24x^2}$	Dùng L'Hospital	0.5
	$= \frac{1}{12}$	Kết quả	0.5
3	$\int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}} = \lim_{a \rightarrow 1^+} \int_a^e \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$	Chuyển qua lim	0.5
	<p>Đặt $t = \sqrt{\ln x} \Rightarrow 2t dt = \frac{dx}{x}$ ĐC: $x = e \Rightarrow t = 1$ $x = a \Rightarrow t = \sqrt{\ln a}$</p>	Đổi biến, ĐC	0.5
	$J = 2 \lim_{a \rightarrow 1^+} \int_{\sqrt{\ln a}}^1 dt$	Chuyển về công thức lấy nguyên hàm	0.5
	$= 2 \lim_{a \rightarrow 1^+} t \Big _{\sqrt{\ln a}}^1 = 2$	Lấy nguyên hàm và kết quả	0.5
4	$[A b] = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & -2 & -5 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & 5 & 0 \\ 5 & -7 & -4 & 13 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow$	Lập ma trận mở rộng	0.5
	$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & 3 & -3 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & -8 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	Chuyển về ma trận bậc thang	0.5
	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 1 \\ 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 = -1 \\ -8x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}$	Chuyển sang hệ	0.5
	$\Leftrightarrow x_1 = \frac{-1}{3} - \frac{7}{4}t, x_2 = -\frac{2}{3} + \frac{3}{4}t, x_3 = \frac{-1}{4}t, x_4 = t (t \in \mathbb{R})$	Kết quả	0.5
5	<p>Đặt $x = r \cos \varphi; y = r \sin \varphi; r = 3; \alpha = -\pi; \beta = \frac{-\pi}{2}$,</p>	Vẽ hình, xác định r, cận	0.5
	$\int_{-\pi}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^3 (r \cos \varphi + r \sin \varphi) r dr$	Chuyển về 2 tích phân liên tiếp	0.5
	$\frac{1}{3} (\sin \varphi - \cos \varphi) \Big _{-\pi}^{\frac{\pi}{2}} \cdot r^3 \Big _0^3$	Tính lớp trong	0.5
	$= -18$	Kết quả	0.5

ĐỀ 4

Thời gian : 75 phút

Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Câu 1: (2 điểm) Cho hai số phức $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ và $z_2 = 1 - i$.

a) Đổi z_1 và z_2 sang dạng lượng giác.

b) Tính $z_1^{10} - z_2^{19}$.

Câu 2: (2 điểm) Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x) \ln(1 + x)}{\sin x - x}$.

Câu 3: (2 điểm) Tính tích phân suy rộng $I = \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x(4 + \ln^2 x)}$.

Câu 4: (2 điểm) Cho ma trận $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \\ 3 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$.

Tìm phần tử ở vị trí hàng 2, cột 4 của ma trận \mathbf{A}^{-1} .

Câu 5: (2 điểm) Tính tích phân kép $I = \iint_D (x + 1) dx dy$ với D là miền phẳng

giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 3x$, $y = 0$ và $x \geq 1$.

--- HẾT ---

Khoa/bộ môn

GV duyệt đề

GV ra đề

Ngô Văn Thiện Tống Minh Hải Bùi Minh Quân Lê Vũ Trường

ĐÁP ÁN ĐỀ 4

Câu	Nội dung	Bước làm	Điểm
1	$1 + i\sqrt{3} = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$	Chuyển dạng lượng giác	0.5
	$1 - i = \sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$	Chuyển dạng lượng giác	0.5
	$z_1^{10} = 2^9(-1 - i\sqrt{3}), z_2^{19} = 2^9(-1 - i)$	Tính $z_1^{10}; z_2^{19}$	0.5
	$2^9(1 - \sqrt{3})i$	Kết quả	0.5
2	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)\ln(1 + x)}{\sin x - x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{2(\sin x - x)}$	Dùng vô cùng bé tương đương	0.5
	$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2}{2(\cos x - 1)}$	Dùng L'Hospital	0.5
	$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{-\sin x}$	Dùng L'Hospital	0.5
	$= -3$	Kết quả	0.5
3	$I = \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x(4 + \ln^2 x)} = \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_1^b \frac{dx}{x(4 + \ln^2 x)}$	Chuyển qua lim	0.5
	$\int \frac{dx}{x(4 + \ln^2 x)} = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{\ln x}{2}\right)$	Lấy nguyên hàm	0.5
	$I = \lim_{b \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2} \arctan\left(\frac{\ln b}{2}\right) - \frac{1}{2} \arctan 0\right)$	Tính giới hạn	0.5
	$= \frac{\pi}{4}$	Kết quả	0.5
4	$ A = -34$	Tính định thức	1
	$ M_{42} = -2$	Tính định thức	0.5
	$\frac{1}{17}$	Kết quả	0.5
5	$D: \begin{cases} 1 \leq x \leq 3 \\ x^2 - 3x \leq y \leq 0 \end{cases}$	Xác định miền D	0.5
	$I = \iint_D (x+1) dx dy = \int_1^3 dx \int_{x^2-3x}^0 (x+1) dy$	Chuyển về tích phân lặp	0.5
	$= \int_1^3 (-x^3 + 2x^2 + 3x) dx$	Tính lớp trong	0.5
	$= \frac{28}{3}$	Kết quả	0.5

KHOA GIÁO DỤC ĐẠI CƯƠNG

BỘ MÔN VH-NN

ĐỀ THI HỌC KỲ MÔN TOÁN CAO CẤP – NĂM HỌC 2016-2017

ĐỀ 2

Thời gian : 75 phút

Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Câu 1: (2 điểm) Gọi z_a là một nghiệm phức của phương trình $z^3 = i$.

Tính $z_a^2 + z_a + 1$ biết rằng z_a là số phức có phần thực âm và phần ảo dương.

Câu 2: (2 điểm) Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - 2 \cos x - \sin^2 x}{x^2 \cdot \ln(1 + \tan^2 x)}$

Câu 3: (2 điểm) Tính tích phân suy rộng $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{e^{-x} + e^x}$

Câu 4: (2 điểm) Cho ma trận $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 6 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 7 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 8 & 2 & 2 & 5 \end{bmatrix}$

Tìm phần tử ở vị trí hàng 3, cột 2 của ma trận \mathbf{A}^{-1} .

Câu 5: (2 điểm) Tính tích phân kép $I = \iint_D (x + y) dx dy$

trong đó miền D là tam giác OAB trong mặt phẳng tọa độ Oxy với $O(0;0)$, $A(1;1)$ và $B(2;0)$.

--- HẾT ---

Khoa/bộ môn

GV duyệt đề

GV ra đề

Ngô Văn Thiện Bùi Minh Quân Tống Minh Hải Ngô Thị Phương Nga

ĐÁP ÁN ĐỀ 2

Câu	Nội dung	Bước làm	Điểm
1	$i = \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}$	Chuyển dạng lượng giác	0.5
	$z_k = \left[\cos \frac{\pi + 2k\pi}{3} + i \sin \frac{\pi + 2k\pi}{3} \right], k = 0, 1, 2$	Khai căn	0.5
	Chọn z_a thỏa đề ra, ta có $z_a = z_1 = \frac{-\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$	Chọn z_α	0.5
	$z_a^2 + z_a + 1 = \left[\frac{-\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right]^2 + \left[\frac{-\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right] + 1 = \frac{3 - \sqrt{3}}{2} + \frac{1 - \sqrt{3}}{2}i$	Kết quả	0.5
2	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - 2 \cos x - \sin^2 x}{x^2 \cdot \ln(1 + \tan^2 x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - 2 \cos x - \sin^2 x}{x^4}$	Dùng vô cùng bé tương đương	0.5
	$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x - 2 \sin x \cdot \cos x}{4x^3}$	Dùng L'Hospital	0.5
	$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x (1 - \cos x)}{4x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cdot \frac{x^2}{2}}{4x^3}$	Dùng vô cùng bé tương đương	0.5
	$= \frac{1}{4}$	Kết quả	0.5
3	$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{e^{-x} + e^x} = \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_0^b \frac{e^x dx}{1 + e^{2x}}$	Chuyển qua lim	0.5
	$= \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_0^b \frac{d(e^x)}{1 + e^{2x}} = \lim_{b \rightarrow +\infty} \left(\arctan e^{2x} \Big _0^b \right)$	Lấy nguyên hàm	0.5
	$I = \lim_{b \rightarrow +\infty} \left(\arctan e^{2b} - \frac{\pi}{4} \right)$	Tính giới hạn	0.5
	$= \frac{\pi}{4}$	Kết quả	0.5
4	Tìm $\det(A) = 1$	Tính định thức	1
	$c_{ij} = \frac{1}{\det(A)} A_{ji}$	Tính phần phụ đại số	0.5
	$\Rightarrow c_{32} = \frac{1}{\det(A)} A_{23} = 1$	Kết quả	0.5
5	Xác định (D): $\begin{cases} 0 \leq y \leq 1 \\ y \leq x \leq 2 - y \end{cases}$	Xác định miền D	0.5
	$I = \int_0^1 dy \int_y^{2-y} (x + y) dx$	Chuyển về tích phân lặp	0.5
	$= \int_0^1 \left[\frac{x^2}{2} + yx \right] \Big _y^{2-y} dy = \int_0^1 \left[\frac{(2-y)^2}{2} + y(2-y) - \frac{y^2}{2} - y^2 \right] dy$	Tính lớp trong	0.5
	$= \frac{4}{3}$	Kết quả	0.5

KHOA GIÁO DỤC ĐẠI CƯƠNG

BỘ MÔN VH-NN

ĐỀ THI HỌC KỲ MÔN TOÁN CAO CẤP – NĂM HỌC 2016-2017

ĐỀ 5

Thời gian : 75 phút

Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Câu 1: (2 điểm) Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 1 - i$.

a) Tính z_1^{31} .

b) Tính $\sqrt{z_1 - z_2}$

Câu 2: (2 điểm) Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x - \tan 3x}{x^2 \cdot \ln(1+x)}$

Câu 3: (2 điểm) Tính tích phân suy rộng $\int_{\sqrt[3]{e}}^{+\infty} \frac{dx}{x(1+9\ln^2 x)}$

Câu 4: (2 điểm) Cho số thực $m \neq 0$ và hai ma trận

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{m}{2} & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Tìm ma trận nghịch đảo của ma trận \mathbf{AB}^T trong đó \mathbf{B}^T là ma trận chuyển vị của \mathbf{B} .

Câu 5: (2 điểm) Tính tích phân kép $I = \iint_D (x+3) dx dy$

trong đó D là miền phẳng giới hạn bởi các đường có phương trình $y = \frac{x^2}{3}$

và $y = -\frac{x^2}{9} + 4$.

--- HẾT ---

Khoa/bộ môn

GV duyệt đề

GV ra đề

Ngô Văn Thiện Tống Minh Hải Nguyễn Dương Trí Bùi Minh Quân

ĐÁP ÁN ĐỀ 5

Câu	Nội dung	Bước làm	Điểm
1	$z_1 = 1 + i = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$	Chuyển dạng lượng giác	0.5
	$z_1^{31} = 2^{15} (1 - i)$	Lũy thừa	0.5
	$z_1 - z_2 = 2i = 2 \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right)$	Tính và chuyển dạng lượng giác	0.5
	$\sqrt{z_1 - z_2} = \{ \pm (1 + i) \}$	Khai căn	0.5
2	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x - \tan 3x}{x^2 \cdot \ln(1+x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x - \tan 3x}{x^3}$	Dùng vô cùng bé tương đương	0.5
	$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-3 \tan^2 3x}{3x^2}$	Dùng L'Hospital	0.5
	$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-3 \cdot (3x)^2}{3x^2}$	Dùng vô cùng bé tương đương	0.5
	$= -9$	Kết quả	0.5
3	$\int_{\sqrt[3]{e}}^{+\infty} \frac{dx}{x(1+9\ln^2 x)} = \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_{\sqrt[3]{e}}^b \frac{dx}{x(1+9\ln^2 x)}$	Chuyển qua lim	0.5
	$\lim_{b \rightarrow +\infty} \int_{\sqrt[3]{e}}^b \frac{d(3 \ln x)}{\sqrt[3]{e} \cdot 3(1+(3 \ln x)^2)} = \lim_{b \rightarrow +\infty} \frac{1}{3} \arctan(3 \ln x) \Big _{\sqrt[3]{e}}^b$	Lấy nguyên hàm	0.5
	$= \lim_{b \rightarrow +\infty} \frac{1}{3} \left(\arctan(3 \ln b) - \frac{\pi}{4} \right)$	Tính giới hạn	0.5
	$= \frac{\pi}{12}$	Kết quả	0.5
4	$\mathbf{AB}^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & m \end{bmatrix}$	Tính phép nhân	0.5
	$ \mathbf{AB}^T = m$	Tính định thức	0.5
	$c_{11} = m, c_{12} = -2, c_{21} = 0, c_{22} = 1$	Tính các hệ số c	
	$(\mathbf{AB}^T)^{-1} = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} m & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	Kết quả	0.5
5	$\begin{cases} -3 \leq x \leq 3 \\ \frac{x^2}{3} \leq y \leq -\frac{x^2}{9} + 4 \end{cases}$	Xác định miền D	0.5
	$I = \int_{-3}^3 dx \int_{\frac{x^2}{3}}^{-\frac{x^2}{9}+4} (x+3) dy$	Chuyển về tích phân lặp	0.5
	$I = \int_{-3}^3 (x+3) \left(-\frac{x^2}{9} + 4 - \frac{x^2}{3} \right) dx$	Tính lớp trong	0.5
	$I = 48$	Kết quả	0.5