

Đề 1

Câu 1: Tìm $r(A)$ theo α biết $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 \\ 1 & 4 & 4 & 3 \\ 1 & 5 & 6 & 2 \\ 2 & 5 & 2 & \alpha \end{bmatrix}$

Câu 2: Cho $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ a & 0 & a \end{bmatrix}$. Tìm a_{21} của A^{-1} với điều kiện $a \neq 0$.

Câu 3: Giải hệ phương trình tuyến tính và tìm hệ nghiệm cơ bản

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 8x_2 + 24x_3 - 19x_4 = 0 \end{cases}$$

Câu 4: Trong R^3 cho họ $S = \{x_1 = (1, 0, 0), x_2 = (0, 1, 0), x_3 = (1, 1, 0)\}$. Xét xem véc tơ $x = (1, 1, 1)$ có là tổ hợp tuyến tính của S hay không?

Câu 5: Xét sự độc lập tuyến tính và phụ thuộc tuyến tính của họ véc tơ $S = \{P_1(x) = -x^2 + 1; P_2(x) = -x^2 + x; P_3(x) = x - 1\}$ trong không gian véc tơ P_2 .

*****Hết*****

Trưởng bộ môn

Giảng viên duyệt đề

Giảng viên ra đề

Ngô Văn Thiện

Tổng Minh Hải

Nguyễn Dương Trí

Đề 2

Câu 1: Tìm $r(A)$ theo α biết $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 11 & 2 \\ 1 & 0 & 4 & -1 \\ 11 & 4 & 56 & \alpha \\ 2 & -1 & 5 & -6 \end{bmatrix}$

Câu 2: Cho $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ a & 0 & a \end{bmatrix}$. Tìm a_{12} của A^{-1} với điều kiện $a \neq 0$.

Câu 3: Giải hệ phương trình tuyến tính và tìm hệ nghiệm cơ bản

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 0 \\ 4x_1 + 8x_2 - 2x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$$

Câu 4: Xét sự độc lập tuyến tính và phụ thuộc tuyến tính của họ véc tơ

$S = \{P_1(x) = x^2 + 1; P_2(x) = x^2 + x; P_3(x) = x - 1\}$ trong không gian véc tơ P_2 .

Câu 5: Trong R^3 cho $S = \{x_1 = (1,1,0), x_2 = (1,0,0), x_3 = (0,1,0)\}$ xét xem véc tơ $x = (2,2,3)$ có là tổ hợp tuyến tính của S hay không?

*****Hết*****

Trưởng bộ môn

Giảng viên duyệt đề

Giảng viên ra đề

Ngô Văn Thiện

Tổng Minh Hải

Nguyễn Dương Trí

Đáp Án Lần 2 Đề 1	Thang điểm
<p>Câu 1: (2đ) Tìm $r(A)$ theo α biết $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 \\ 1 & 4 & 4 & 3 \\ 1 & 5 & 6 & 2 \\ 2 & 5 & 2 & \alpha \end{bmatrix}$</p>	
$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 4 & -2 \\ 0 & -1 & -2 & \alpha - 8 \end{bmatrix}$	0,5đ
$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha - 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	0,5đ
$\alpha = 9, R(A) = 2$	0,5đ
$\alpha \neq 9, R(A) = 3$	0,5đ
<p>Câu 2: (1,5đ) Cho $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ a & 0 & a \end{bmatrix}$. Tìm a_{21} của A^{-1} với điều kiện $a \neq 0$.</p>	
$\text{Det}(A) = a$	0,5đ
$A_{12} = a$	0,5đ
$a_{21(A^{-1})} = \frac{A_{12}}{\det(A)} = \frac{a}{a} = 1$	0,5đ
<p>Câu 3: (2,5đ) Giải hệ phương trình tuyến tính và tìm hệ nghiệm cơ bản</p> $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 8x_2 + 24x_3 - 19x_4 = 0 \end{cases}$	

$\left(\begin{array}{cccc c} 1 & 2 & 4 & -3 & 0 \\ 3 & 5 & 6 & -4 & 0 \\ 4 & 5 & -2 & 3 & 0 \\ 3 & 8 & 24 & -19 & 0 \end{array} \right) \approx \left(\begin{array}{cccc c} 1 & 2 & 4 & -3 & 0 \\ 0 & -1 & -6 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$	0,5đ
$R(A) = R(A B) = 2 < n = 4$. Hệ vô số nghiệm	0,5đ
Hệ có $4 - 2 = 2$ ẩn tự do. Đặt $x_3 = \alpha, x_4 = \beta$	0,5đ
Hệ nghiệm $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (8\alpha - 7\beta, -6\alpha + 5\beta, \alpha, \beta) \forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}$	0,5đ
Hệ nghiệm cơ bản $S = \{(8, -6, 1, 0); (-7, 5, 0, 1)\}$	0,5đ
Câu 4: Trong R^3 cho họ $S = \{x_1 = (1, 0, 0), x_2 = (0, 1, 0), x_3 = (1, 1, 0)\}$. Xét xem véc tơ $x = (1, 1, 1)$ có là tổ hợp tuyến tính của S hay không?	
Xét: $c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 = x$ (*) $c_1(1, 0, 0) + c_2(0, 1, 0) + c_3(1, 1, 0) = (1, 1, 1)$	0,5đ
$\begin{cases} c_1 + c_3 = 1 \\ c_2 + c_3 = 1 \\ 0 = 1 \end{cases}$ Hệ vô nghiệm. Không tồn tại c_1, c_2, c_3 thỏa (*)	0,5đ
x không là tổ hợp tuyến tính của họ S	0,5đ
Câu 5: (2đ) Xét sự độc lập tuyến tính và phụ thuộc tuyến tính của họ véc tơ $S = \{P_1(x) = -x^2 + 1; P_2(x) = -x^2 + x; P_3(x) = x - 1\}$ trong không gian véc tơ P_2 .	
$k_1P_1(x) + k_2P_2(x) + k_3P_3(x) = \theta$ $k_1(-x^2 + 1) + k_2(-x^2 + x) + k_3(x - 1) = 0x^2 + 0x + 0$	0,5đ
$\begin{cases} -k_1 - k_2 = 0 \\ k_2 + k_3 = 0 \\ k_1 - k_3 = 0 \end{cases}$	0,5đ
$\left(\begin{array}{ccc c} -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{array} \right) \approx \left(\begin{array}{ccc c} -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$	0,5đ
$R(A) = R(A B) = 2 < n = 3$. Hệ vô số nghiệm $\forall k_1, k_2, k_3 \in \mathbb{R}$. Họ S phụ thuộc tuyến tính.	0,5đ

Hết

Trưởng bộ môn

Giảng viên duyệt đáp án

Giảng viên ra đáp án

Ngô Văn Thiện

Tổng Minh Hải

Nguyễn Dương Trí

Khoa Giáo Dục Đại Cương Bộ Môn VH – NN -----	Đáp án đề thi lần 2 khóa 2015 Môn: Đại Số Tuyến Tính Thời gian: 60 phút
--	--

Đáp Án Lần 2 Đề 2	Thang điểm
Câu 1: (2đ) Tìm $r(A)$ theo α biết $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 11 & 2 \\ 1 & 0 & 4 & -1 \\ 11 & 4 & 56 & \alpha \\ 2 & -1 & 5 & -6 \end{bmatrix}$	
$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 4 & 12 & \alpha+11 \\ 0 & -1 & -3 & -4 \end{pmatrix}$	0,5đ
$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha-5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	0,5đ
$\alpha = 5, R(A) = 2$	0,5đ
$\alpha \neq 5, R(A) = 3$	0,5đ
Câu 2: (1,5đ) Cho $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ a & 0 & a \end{bmatrix}$. Tìm a_{12} của A^{-1} với điều kiện $a \neq 0$.	
$\text{Det}(A) = a$	0,5đ
$A_{21} = -a$	0,5đ
$a_{12(A^{-1})} = \frac{A_{21}}{\text{det}(A)} = \frac{-a}{a} = -1$	0,5đ

<p>Câu 3: (2,5đ) Giải hệ phương trình tuyến tính và tìm hệ nghiệm cơ bản</p> $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 0 \\ 4x_1 + 8x_2 - 2x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$	
$\left(\begin{array}{cccc c} 1 & 2 & -2 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 4 & -2 & 0 \\ 4 & 8 & -2 & 1 & 0 \end{array} \right) \approx \left(\begin{array}{cccc c} 1 & 2 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$	0,5đ
<p>$R(A) = R(A B) = 2 < n = 4$. Hệ vô số nghiệm</p>	0,5đ
<p>Hệ có $4 - 2 = 2$ ẩn tự do. Đặt $x_2 = \alpha, x_4 = \beta$</p>	0,5đ
<p>Hệ nghiệm $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (-2\alpha, \alpha, \beta/2, \beta) \forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}$</p>	0,5đ
<p>Hệ nghiệm cơ bản $S = \{(-2, 1, 0, 0); (0, 0, 1/2, 1)\}$</p>	0,5đ
<p>Câu 4: Xét sự độc lập tuyến tính và phụ thuộc tuyến tính của họ véc tơ $S = \{P_1(x) = x^2 + 1; P_2(x) = x^2 + x; P_3(x) = x - 1\}$ trong không gian véc tơ P_2.</p>	
<p>$k_1P_1(x) + k_2P_2(x) + k_3P_3(x) = \theta$ $k_1(x^2 + 1) + k_2(x^2 + x) + k_3(x - 1) = 0x^2 + 0x + 0$</p>	0,5đ
$\begin{cases} k_1 + k_2 = 0 \\ k_2 + k_3 = 0 \\ k_1 - k_3 = 0 \end{cases}$	0,5đ
$\left(\begin{array}{ccc c} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{array} \right) \approx \left(\begin{array}{ccc c} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$	0,5đ
<p>$R(A) = R(A B) = 2 < n = 3$. Hệ vô số nghiệm $\forall k_1, k_2, k_3 \in \mathbb{R}$. Họ S phụ thuộc tuyến tính.</p>	0,5đ
<p>Câu 5: (2đ) Trong \mathbb{R}^3 cho $S = \{x_1 = (1, 1, 0), x_2 = (1, 0, 0), x_3 = (0, 1, 0)\}$ xét xem véc tơ $x = (2, 2, 3)$ có là tổ hợp tuyến tính của S hay không?</p>	
<p>Xét: $c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 = x$ (*) $c_1(1, 1, 0) + c_2(1, 0, 0) + c_3(0, 1, 0) = (2, 2, 3)$</p>	0,5đ

$\begin{cases} c_1 + c_2 = 2 \\ c_1 + c_3 = 2 \\ 0 = 3 \end{cases}$ Hệ vô nghiệm. Không tồn tại c_1, c_2, c_3 thỏa (*)	0,5đ
x không là tổ hợp tuyến tính của họ S	0,5đ

*****Hết*****

Trưởng bộ môn

Giảng viên duyệt đề

Giảng viên ra đề

Ngô Văn Thiện

Tông Minh Hải

Nguyễn Dương Trí