

**Đề 1**

**Câu 1:** Tìm  $r(A)$  theo  $\alpha$  biết  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 \\ 1 & 4 & 4 & 3 \\ 1 & 5 & 6 & \alpha \\ 2 & 5 & 2 & 9 \end{bmatrix}$

**Câu 2:** Cho  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ a & 1 & a \end{bmatrix}$ . Tìm  $a_{32}$  của  $A^{-1}$  với điều kiện  $a \neq 0$ .

**Câu 3:** Giải hệ phương trình tuyến tính và tìm hệ nghiệm cơ bản

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases}$$

**Câu 4:** Xét sự độc lập tuyến tính và phụ thuộc tuyến tính của họ véc tơ

$S = \{P_1(x) = x^2 + 2; P_2(x) = x^2 + 3x; P_3(x) = 3x - 2\}$  trong không gian véc tơ  $P_2$ .

**Câu 5:** Trong không gian véc tơ  $R^3$  cho họ véc tơ  $S$ .

$$S = \{x_1 = (2, 3, 5), x_2 = (3, 7, 8), x_3 = (1, -6, 1)\}$$

Xác định  $\alpha$  để véc tơ  $x = (7, -2, \alpha)$  là tổ hợp tuyến tính của họ  $S$ ?

**\*\*\*Hết\*\*\***

Trưởng bộ môn

Giảng viên duyệt đề

Giảng viên ra đề

Ngô Văn Thiện

Tổng Minh Hải

Nguyễn Dương Trí

**ĐỀ 2**

**Câu 1:** Tìm  $r(A)$  theo  $\alpha$  biết  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & -3 \\ 3 & 5 & 6 & -4 \\ 4 & 5 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & -2 & \alpha \end{bmatrix}$

**Câu 2:** Cho  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ a & 1 & a \end{bmatrix}$ . Tìm  $a_{23}$  của  $A^{-1}$  với điều kiện  $a \neq 0$ .

**Câu 3:** Giải hệ phương trình tuyến tính và tìm hệ nghiệm cơ bản.

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 0 \\ 4x_1 - 2x_2 + 7x_3 + 5x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - 5x_4 = 0 \end{cases}$$

**Câu 4:** Xét sự độc lập tuyến tính và phụ thuộc tuyến tính của họ véc tơ

$S = \{P_1(x) = x^2 + 2; P_2(x) = x^2 + 2x; P_3(x) = 2x - 2\}$  trong không gian véc tơ  $P_2$ .

**Câu 5:** Trong không gian véc tơ  $R^3$  cho họ véc tơ  $S$ .

$$S = \{x_1 = (2, 3, 5), x_2 = (3, 7, 8), x_3 = (1, -6, 1)\}$$

Xác định  $\alpha$  để véc tơ  $x = (7, -2, \alpha)$  là tổ hợp tuyến tính của họ  $S$ ?

**\*\*\*Hết\*\*\***

Trưởng bộ môn

Giảng viên duyệt đề

Giảng viên ra đề

Ngô Văn Thiện

Tổng Minh Hải

Nguyễn Dương Trí

Đáp Án Đề 1	Thang điểm
<p><b>Câu 1: (2đ)</b> Tìm <math>r(A)</math> theo <math>\alpha</math> biết <math>A = \begin{bmatrix} 1 &amp; 3 &amp; 2 &amp; 4 \\ 1 &amp; 4 &amp; 4 &amp; 3 \\ 1 &amp; 5 &amp; 6 &amp; \alpha \\ 2 &amp; 5 &amp; 2 &amp; 9 \end{bmatrix}</math></p>	
$\left[ \begin{array}{cccc} 1 & 3 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 4 & \alpha - 4 \\ 0 & -1 & -2 & 1 \end{array} \right]$	0,5đ
$\left[ \begin{array}{cccc} 1 & 3 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha - 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$	0,5đ
$\alpha = 2, R(A) = 2$	0,5đ
$\alpha \neq 2, R(A) = 3$	0,5đ
<p><b>Câu 2: (1,5đ)</b> Cho <math>A = \begin{bmatrix} 1 &amp; 0 &amp; 0 \\ 0 &amp; 1 &amp; 0 \\ a &amp; 1 &amp; a \end{bmatrix}</math>. Tìm <math>a_{32}</math> của <math>A^{-1}</math> với điều kiện <math>a \neq 0</math>.</p>	
$\text{Det}(A) = a$	0,5đ
$A_{23} = -1$	0,5đ
$a_{32(A^{-1})} = \frac{A_{23}}{\det(A)} = -\frac{1}{a}$	0,5đ
<p><b>Câu 3: (2,5đ)</b> Giải hệ phương trình tuyến tính và tìm hệ nghiệm cơ bản</p> $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases}$	
$\left( \begin{array}{cccc c} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & 5 & 4 & 0 \end{array} \right) \approx \left( \begin{array}{cccc c} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$	0,5đ

$R(A) = R(A B) = 2 < n = 4$ . Hệ vô số nghiệm	<b>0,5đ</b>
Hệ có $4 - 2 = 2$ ẩn tự do. Đặt $x_3 = \alpha, x_4 = \beta$	<b>0,5đ</b>
Hệ nghiệm $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (-\alpha + \beta, -\alpha - 2\beta, \alpha, \beta) \forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}$	<b>0,5đ</b>
Hệ nghiệm cơ bản $S = \{(-1, -1, 1, 0); (1, -2, 0, 1)\}$	<b>0,5đ</b>
<b>Câu 4:</b> Xét sự độc lập tuyến tính và phụ thuộc tuyến tính của họ véc tơ $S = \{P_1(x) = x^2 + 2; P_2(x) = x^2 + 3x; P_3(x) = 3x - 2\}$ trong không gian véc tơ $P_2$ .	
$k_1P_1(x) + k_2P_2(x) + k_3P_3(x) = \theta$ $k_1(x^2 + 2) + k_2(x^2 + 3x) + k_3(3x - 2) = 0x^2 + 0x + 0$	<b>0,5đ</b>
$\begin{cases} k_1 + k_2 = 0 \\ 3k_2 + 3k_3 = 0 \\ 2k_1 - 2k_3 = 0 \end{cases}$	<b>0,5đ</b>
$\left( \begin{array}{ccc c} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & -2 & 0 \end{array} \right) \approx \left( \begin{array}{ccc c} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$	<b>0,5đ</b>
$R(A) = R(A B) = 2 < n = 3$ . Hệ vô số nghiệm $\forall k_1, k_2, k_3 \in \mathbb{R}$ . Họ S phụ thuộc tuyến tính.	<b>0,5đ</b>
<b>Câu 5: (2đ)</b> Trong không gian véc tơ $\mathbb{R}^3$ cho họ véc tơ S. $S = \{x_1 = (2, 3, 5), x_2 = (3, 7, 8), x_3 = (1, -6, 1)\}$ Xác định $\alpha$ để véc tơ $x = (7, -2, \alpha)$ là tổ hợp tuyến tính của họ S?	
Xét: $c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 = x$ $(7, -2, \alpha) = c_1(2, 3, 5) + c_2(3, 7, 8) + c_3(1, -6, 1)$	<b>0,5đ</b>
$\begin{cases} 2c_1 + 3c_2 + c_3 = 0 \\ 3c_1 + 7c_2 - 6c_3 = 0 (*) \\ 5c_1 + 8c_2 + c_3 = \alpha \end{cases}$	<b>0,5đ</b>
$\left( \begin{array}{ccc c} 2 & 3 & 1 & 7 \\ 3 & 7 & -6 & -2 \\ 5 & 8 & 1 & \alpha \end{array} \right) \approx \left( \begin{array}{ccc c} -1 & -4 & 7 & 9 \\ 0 & 1 & -3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha - 15 \end{array} \right)$	<b>0,5đ</b>
$x$ là tổ hợp tuyến tính họ S $\Leftrightarrow (*)$ có nghiệm $c_1, c_2, c_3 \Leftrightarrow \alpha = 15$	<b>0,5đ</b>

\*\*\*Hết\*\*\*

Trưởng bộ môn

Giảng viên duyệt đáp án

Giảng viên ra đáp án

Ngô Văn Thiện

Tổng Minh Hải

Nguyễn Dương Trí

<b>Khoa Giáo Dục Đại Cương</b> <b>Bộ Môn VH – NN</b> -----	<b>Đáp án đề thi lần 1 khóa 2015</b> <b>Môn: Đại Số Tuyến Tính</b> <b>Thời gian: 60 phút</b>
--	--

<b>Đáp Án Đề 2</b>	<b>Thang điểm</b>
<b>Câu 1: (2đ)</b> Tìm $r(A)$ theo $\alpha$ biết $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & -3 \\ 3 & 5 & 6 & -4 \\ 4 & 5 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & -2 & \alpha \end{bmatrix}$	
$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & -3 \\ 0 & -1 & -6 & 5 \\ 0 & -3 & -18 & 15 \\ 0 & -1 & -6 & \alpha+3 \end{pmatrix}$	<b>0,5đ</b>
$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & -3 \\ 0 & -1 & -6 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha-2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	<b>0,5đ</b>
$\alpha = 2, R(A) = 2$	<b>0,5đ</b>
$\alpha \neq 2, R(A) = 3$	<b>0,5đ</b>
<b>Câu 2: (1,5đ)</b> Cho $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ a & 1 & a \end{bmatrix}$ . Tìm $a_{23}$ của $A^{-1}$ với điều kiện $a \neq 0$ .	
$\text{Det}(A) = a$	<b>0,5đ</b>
$A_{32} = 0$	<b>0,5đ</b>

$a_{23(A^{-1})} = \frac{A_{32}}{\det(A)} = \frac{0}{a} = 0$	<b>0,5đ</b>
<p><b>Câu 3: (2,5đ)</b> Giải hệ phương trình tuyến tính và tìm hệ nghiệm cơ bản.</p> $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 0 \\ 4x_1 - 2x_2 + 7x_3 + 5x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - 5x_4 = 0 \end{cases}$	
$\left( \begin{array}{cccc c} 2 & -1 & 5 & 7 & 0 \\ 4 & -2 & 7 & 5 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 5 & 0 \end{array} \right) \approx \left( \begin{array}{cccc c} 2 & -1 & 5 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$	<b>0,5đ</b>
$R(A) = R(A B) = 2 < n = 4$ . Hệ vô số nghiệm	<b>0,5đ</b>
Hệ có $4 - 2 = 2$ ẩn tự do. Đặt $x_2 = \alpha, x_4 = \beta$	<b>0,5đ</b>
Hệ nghiệm $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (\frac{\alpha+8\beta}{2}, \alpha, -3\beta, \beta) \forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}$	<b>0,5đ</b>
Hệ nghiệm cơ bản $S = \{(\frac{1}{2}, 1, 0, 0); (4, 0, -3, 1)\}$	<b>0,5đ</b>
<p><b>Câu 4:</b> Xét sự độc lập tuyến tính và phụ thuộc tuyến tính của họ véc tơ <math>S = \{P_1(x) = x^2 + 2; P_2(x) = x^2 + 2x; P_3(x) = 2x - 2\}</math> trong không gian véc tơ <math>P_2</math>.</p>	
$k_1P_1(x) + k_2P_2(x) + k_3P_3(x) = \theta$ $k_1(x^2 + 2) + k_2(x^2 + 2x) + k_3(2x - 2) = 0x^2 + 0x + 0$	<b>0,5đ</b>
$\begin{cases} k_1 + k_2 = 0 \\ 2k_2 + 2k_3 = 0 \\ 2k_1 - 2k_3 = 0 \end{cases}$	<b>0,5đ</b>
$\left( \begin{array}{ccc c} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & -2 & 0 \end{array} \right) \approx \left( \begin{array}{ccc c} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$	<b>0,5đ</b>
$R(A) = R(A B) = 2 < n = 3$ . Hệ vô số nghiệm $\forall k_1, k_2, k_3 \in \mathbb{R}$ . Họ S phụ thuộc tuyến tính.	<b>0,5đ</b>
<p><b>Câu 5: (2đ)</b> Trong không gian véc tơ <math>\mathbb{R}^3</math> cho họ véc tơ S.</p> $S = \{x_1 = (2, 3, 5), x_2 = (3, 7, 8), x_3 = (1, -6, 1)\}$ <p>Xác định <math>\alpha</math> để véc tơ <math>x = (7, -2, \alpha)</math> là tổ hợp tuyến tính của họ S?</p>	

Xét: $c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 = x$ $(7, -2, \alpha) = c_1(2, 3, 5) + c_2(3, 7, 8) + c_3(1, -6, 1)$	<b>0,5đ</b>
$\begin{cases} 2c_1 + 3c_2 + c_3 = 0 \\ 3c_1 + 7c_2 - 6c_3 = 0 (*) \\ 5c_1 + 8c_2 + c_3 = \alpha \end{cases}$	<b>0,5đ</b>
$\left( \begin{array}{ccc c} 2 & 3 & 1 & 7 \\ 3 & 7 & -6 & -2 \\ 5 & 8 & 1 & \alpha \end{array} \right) \approx \left( \begin{array}{ccc c} -1 & -4 & 7 & 9 \\ 0 & 1 & -3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha - 15 \end{array} \right)$	<b>0,5đ</b>
$x$ là tổ hợp tuyến tính họ $S \Leftrightarrow (*)$ có nghiệm $c_1, c_2, c_3 \Leftrightarrow \alpha = 15$	<b>0,5đ</b>

**\*\*\*Hết\*\*\***

Trưởng bộ môn

Giảng viên duyệt đề

Giảng viên ra đề

Ngô Văn Thiện

Tống Minh Hải

Nguyễn Dương Trí