

GV1:.....

**ĐỀ 3:THI LẦN 1 KHÓA 17**  
**Môn: TOÁN CHUYÊN ĐỀ**  
 (Tg 60 phút. SV không sử dụng tài liệu)

GV2:.....

**Phần 1: HÀM BIẾN SỐ PHỨC**

CÂU	ĐỀ	ĐÁP ÁN
1 (1đ)	Giải phương trình: $e^z = (3i + \sqrt{3})i$ .	$z = \ln 2\sqrt{3} + \left(\frac{5\pi}{6} + k2\pi\right)i$ .
2 (1đ)	Cho hàm $u = x^2 - 2y - y^2$ . Tìm hàm $v$ sao cho $f(z) = u + iv$ giải tích.	$v = 2x + 2xy$ .
3 (1đ)	Tính đạo hàm của $f(z) = 3x^2 - y^2 + (2xy + y^2)i$ tại: $z_1 = 1 + 3i, z_2 = 2 + 4i, z_3 = 2 + i$ nếu có.	$f'(2 + 4i) = 12 + 8i$
4 (1đ)	Tính: $I = \int_0^{i+1} (x^2 - iy)dz$ dọc theo $(P): y = x^2$	$I = \frac{5}{6} + \frac{i}{6}$
5 (1đ)	Tính tích phân: $I = \int_C \frac{z^2 - 2}{(z-1)^2(z-3)} dz$ . $C:  z-3 =1$ .	$I = \frac{7\pi i}{2}$
6 (1đ)	Trong các hàm sau, hàm nào là hàm điều hòa? $U = y^2 + x^2 + e^y \cos x; H = e^x \cos y - x^2 + y^2; G = e^y \sin x + x^2$ .	H
7 (1đ)	Tìm hàm giải tích trong các hàm sau, nếu có? $f = x + 2y + 2xy + (2x + x^2 + y + y^2)i$ . $g = -2y + y^2 - x - x^2 + (-y + 2x - 2xy)i$ .	g
8 (1đ)	Cho $\tan x = -\frac{2}{\sqrt{5}}; 270^\circ < x < 360^\circ$ . Tìm $\cos x$ ? và $\sin x$ ?	$a / \cos x = \frac{\sqrt{5}}{3} \quad b / \sin x = -\frac{2}{3}$

**Phần 2: PHÉP BIẾN ĐỔI LAPLACE**

9 / (1đ). Tìm  $L\{\sin t \sin 4t\} = \frac{1}{2}L\{\cos 3t - \cos 5t\} = \frac{1}{2}\left(\frac{z}{z^2+9} - \frac{z}{z^2+25}\right)$

10/ (1). Tìm  $L^{-1}\{F(z)\}$  với  $F(z) = \frac{2z-6}{(z-3)^2+16}$  ?

Ta có  $L^{-1}\{F(z)\} = e^{3t}L^{-1}\{F(z+3)\} = e^{3t}L^{-1}\left\{\frac{2z}{z^2+16}\right\} = 2e^{3t} \cos 4t$ .

GV1:.....

**ĐỀ 4: THI LẦN 1 KHÓA 17**  
**Môn: TOÁN CHUYÊN ĐỀ**  
(Tg 60 phút. SV không sử dụng tài liệu)

GV2:.....

**Phần 1: HÀM BIẾN SỐ PHỨC**

CÂU	ĐỀ	ĐÁP ÁN
1 (1đ)	Giải phương trình: $e^z = (3 + i\sqrt{3})i$ .	$z = \ln 2\sqrt{3} + \left(\frac{2\pi}{3} + k2\pi\right)i$ .
2 (1đ)	Cho hàm $u = x^2 + 2y - y^2$ . Tìm hàm $v$ sao cho $f(z) = u + iv$ giải tích.	$v = -2x + 2xy$
3 (1đ)	Tính đạo hàm của $f(z) = 3x^2 - y^2 + (2xy + y^2)i$ tại: $z_1 = 1 + 3i, z_2 = 3 + 6i, z_3 = 2 + i$ nếu có.	$f'(3 + 6i) = 18 + 12i$
4 (1đ)	Tính: $\int_0^{1+i} (2x - iy^2) dz$ dọc theo $(d) : y = x$	$I = (1 - \frac{1}{3}i)(1 + i) = \frac{4}{3} + \frac{2}{3}i$
5 (1đ)	Tính tích phân: $I = \int_C \frac{z^2 - 2}{(z-1)^2(z+3)} dz$ . $C :  z+3 =1$	$I = \frac{7\pi i}{8}$ .
6 (1đ)	Trong các hàm sau, hàm nào là hàm điều hòa? $U = y^2 - x^2 + e^y \cos x; H = x^2 - y^2 + xe^y; G = x^2 + xy^2$ .	U
7 (1đ)	Tìm hàm giải tích trong các hàm sau, nếu có? $f = x + 2y + 2xy + (2x + x^2 + y + y^2)i$ . $k = x + 2y + 2xy + (-2x - x^2 + y + y^2)i$ .	k
8 (1đ)	Cho $\cot x = -\frac{3}{\sqrt{5}}; 90^\circ < x < 180^\circ$ . Tìm $\cos x$ ? và $\sin x$ ?	$a / \cos x = \frac{-3\sqrt{14}}{14}$ $b / \sin x = \frac{\sqrt{70}}{14}$

**Phần 2: PHÉP BIẾN ĐỔI LAPLACE**

9 / (1đ). Tìm  $L\{\sin t \cos 4t\} = \frac{1}{2}L\{\sin -3t + \sin 5t\} = \frac{1}{2}\left(\frac{-3}{z^2 + 9} + \frac{5}{z^2 + 25}\right)$

10/ (1đ). Tìm  $L^{-1}\{F(z)\}$  với  $F(z) = \frac{5z + 15}{(z + 3)^2 + 16}$  ?

Ta có  $L^{-1}\{F(z)\} = e^{-3t}L^{-1}\{F(z-3)\} = e^{-3t}L^{-1}\left\{\frac{5z}{z^2 + 16}\right\} = 5e^{-3t} \cos 4t$ .

GV1:.....

**ĐỀ 5 THI LẦN 1 KHÓA 17**  
**Môn: TOÁN CHUYÊN ĐỀ**  
(Tg 60 phút. SV không sử dụng tài liệu)

GV2:.....

**Phần 1: HÀM BIẾN SỐ PHỨC**

CÂU	ĐỀ	ĐÁP ÁN
1 (1đ)	Giải phương trình: $e^z = -2\sqrt{3} + 2i$ .	$z = \ln 4 + \left(\frac{5\pi}{6} + k2\pi\right)i$ .
2 (1đ)	Cho hàm $u = -x + y + 2xy$ . Tìm hàm v sao cho $f(z) = u + iv$ giải tích.	$v = -x - x^2 - y + y^2$
3 (1đ)	Cho $f(z) = x^2 + 2x^3 - y^2 + i(2xy + 3y^2)$ . Tính $f'(z)$ tại: $z_1 = 1 + i\sqrt{2}$ ; $z_2 = \sqrt{2} + 2i$ ; $z_3 = 1 + i\sqrt{3}$ ; nếu có.	$f'(\sqrt{2} + 2i) = 2\sqrt{2} + 12 + 4i$
4 (1đ)	Tính: $I = \int_0^{1+2i} (x-iy)dz$ dọc theo: (d) : $y = 2x$	$I = \frac{5}{2}$
5 (1đ)	Tính tích phân: $I = \int_C \frac{z^2 + 1}{(z-1)(z-3)^2} dz$ . $C:  z-1 =1$ ;	$I = \pi i$ .
6 (1đ)	Trong các hàm sau, hàm nào là hàm điều hòa? $U = x^2y - xy^2$ ; $H = x^3 + xy$ ; $G = x^3y - xy^3 - 3xy$	G
7 (1đ)	Tìm hàm giải tích trong các hàm sau, nếu có? $f = x + y + 2xy + (-x + y - 2x^2 + y^2)i$ $k = -x + y + 4xy + (-x - y - 2x^2 + 2y^2)i$	k
8 (1đ)	Cho $\cos x = \frac{2}{\sqrt{5}}$ ; $270^\circ < x < 360^\circ$ . Tìm $\sin x$ ? và $\tan x$ ?	$a / \sin x = -\frac{1}{\sqrt{5}}$ $b / \tan x = -\frac{1}{2}$

**Phần 2: PHÉP BIẾN ĐỔI LAPLACE**

9 / (1đ). Tìm  $L\{\cos^2 3t\} = \frac{1}{2}L\{1 + \cos 6t\} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{z} + \frac{z}{z^2 + 36}\right)$

10/ (1đ). Tìm  $L^{-1}\{F(z)\}$  với  $F(z) = \frac{2}{(z+3)^2 + 25}$  ?

Ta có Tìm  $L^{-1}\{F(z)\} = e^{-3t}L^{-1}\{F(z-3)\} = e^{-3t}L^{-1}\left\{\frac{2}{z^2 + 25}\right\} = \frac{2}{5}e^{-3t}\sin 5t$ .

GV1:.....

**ĐỀ6: THI LẦN 1 KHÓA 17**  
**Môn: TOÁN CHUYÊN ĐỀ**  
 (Tg 60 phút. SV không sử dụng tài liệu)

GV2:.....

**Phần 1: HÀM BIẾN SỐ PHỨC**

CÂU	ĐỀ	ĐÁP ÁN
1 (1đ)	Giải phương trình: $e^z = 2\sqrt{3}i - 2$ .	$z = \ln 4 + \left(\frac{2\pi}{3} + k2\pi\right)i$ .
2 (1đ)	Cho hàm $u = x + y + 2xy$ . Tìm hàm $v$ sao cho $f(z) = u + iv$ giải tích.	$v = -x - x^2 + y + y^2$ .
3 (1đ)	Tính đạo hàm của $f(z) = 4x^2 - y^2 + (2xy + y^2)i$ tại: $z_1 = 1 + 3i, z_2 = 1 + i, z_3 = 1 + 2i$ nếu có.	$f'(1 + 3i) = 8 + 6i$
4 (1đ)	Tính: $I = \int_0^{1+2i} (x - iy) dz$ dọc theo: $(P): y = 2x^2$	$I = \frac{5}{2} + \frac{2i}{3}$
5 (1đ)	Tính tích phân: $I = \int_C \frac{z^2 + 3}{(z-1)^2(z-3)} dz$ . $C:  z-3 =1$	$I = 6\pi i$
6 (1đ)	Trong các hàm sau, hàm nào là hàm điều hòa? $U = e^x \sin y - y^2 + x^2; H = y^2 + x^2 + e^y \cos x; G = e^y \sin x + x^2$ .	U
7 (1đ)	Tìm hàm giải tích trong các hàm sau, nếu có? $f = x + 2y + 2xy + (2x + x^2 + y + y^2)i$ . $h = -2y + y^2 - x - x^2 + (-y + 2x - 2xy)i$ .	h
8 (1đ)	Cho $\tan x = \frac{3}{\sqrt{5}}; 180^\circ < x < 270^\circ$ . Tìm $\cos x$ ? và $\sin x$ ?	$a / \cos x = -\frac{\sqrt{70}}{14}$ $b / \sin x = -\frac{3\sqrt{14}}{14}$

**Phần 2: PHÉP BIẾN ĐỔI LAPLACE**

9 / (1đ). Tìm  $L\{\sin^2 3t\} = \frac{1}{2}L\{1 - \cos 6t\} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{z} - \frac{z}{z^2 + 36}\right)$

10/ (1đ), Tìm  $L^{-1}\{e^{-4z}F(z)\}$  với  $F(z) = \frac{5}{(z-2)^2 + 9}$  ?

Ta có: Tìm  $L^{-1}\{F(z)\} = e^{2t}L^{-1}\{F(z+2)\} = \frac{5}{3}e^{2t}\sin 3t$ . (1đ)

Giáo viên ra đề..... *Tống Minh Hải*

Trưởng bộ môn VHNN .....*Ngô Văn Thiện*

## MỘT SỐ CÔNG THỨC LIÊN QUAN.

### 1/Công thức lượng giác

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}; \sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}; \cos^3 x = \frac{3 \cos x + \cos 3x}{4}; \sin^3 x = \frac{3 \sin x - \sin 3x}{4};$$

$$\cos a \cos b = \frac{\cos(a-b) + \cos(a+b)}{2}; \sin a \sin b = \frac{\cos(a-b) - \cos(a+b)}{2}; \sin a \cos b = \frac{\sin(a-b) + \sin(a+b)}{2};$$

### 2/Điều kiện Cauchy-Riemann:

$$(C-R) \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} \cdot (1) \\ \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x} \cdot (2) \end{cases} \quad \text{và } f'(z) = \frac{\partial u}{\partial x} + i \frac{\partial v}{\partial x}; \forall z \in (C-R)$$

$f(z) = u + iv$  gọi là hàm giải tích nếu  $u$  và  $v$  thỏa mãn điều kiện  $(C-R) \quad \forall (x, y)$  hay  $\forall z$ .

### 3/ Hàm $\phi(x, y)$ gọi là hàm điều hòa nếu thỏa mãn phương trình Laplace:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0, \quad \forall (x, y).$$

### 4/Công thức tích phân Cauchy:

$$\int_C \frac{f(z) dz}{z - z_0} = 2\pi i f(z_0); \int_C \frac{f(z) dz}{(z - z_0)^2} = 2\pi i f'(z_0)$$

### 5/Công thức hàm ảnh, hàm gốc:

Nếu  $L\{f(t)\} = F(z)$  thì

$$a/ L\{kf(t)\} = kL\{f(t)\} = kF(z)$$

$$b/ L\{f(t) + g(t)\} = L\{f(t)\} + L\{g(t)\}$$

$$c/ L\{e^{at} f(t)\} = F(z - a) \Leftrightarrow L^{-1}\{F(z - a)\} = e^{at} f(t) = e^{at} L^{-1}\{F(z)\}$$

$$d/ L\{f(t - a)u(t - a)\} = e^{-az} F(z) \Leftrightarrow L^{-1}\{e^{-az} F(z)\} = f(t - a)u(t - a)$$

$$e/ L^{-1}\{F(z)\} = e^{at} L^{-1}\{F(z + a)\} = e^{-at} L^{-1}\{F(z - a)\}$$

Bảng hàm gốc – hàm ảnh thông dụng

	$f(t)$	$F(z)$		$f(t)$	$F(z)$
1	1	$\frac{1}{z}$	5	$\sin at$	$\frac{a}{z^2 + a^2}$
2	$t^n$	$\frac{n!}{z^{n+1}}$	6	$\cos at$	$\frac{z}{z^2 + a^2}$
3	$e^{at}$	$\frac{1}{z - a}$	7	$\sinh at$	$\frac{a}{z^2 - a^2}$
4	$t$	$\frac{1}{z^2}$	8	$\cosh at$	$\frac{z}{z^2 - a^2}$

$$\text{Với: } \sinh t = \frac{e^t - e^{-t}}{2}; \cosh t = \frac{e^t + e^{-t}}{2}$$

Chú ý:  $a/ L\{kf(t)\} \neq L\{k\} \cdot L\{f(t)\}$  và  $L\{f(t) \cdot g(t)\} \neq L\{f(t)\} \cdot L\{g(t)\}$

$$\text{Ví dụ: } L\{2 \sin t\} \neq L\{2\} \times L\{\sin t\} = \frac{2}{z} \times \frac{1}{z^2 + 1} \quad \text{và} \quad L\{\sin t \cos 4t\} \neq L\{\sin t\} \times L\{\cos 4t\} = \frac{1}{z^2 + 1} \times \frac{z}{z^2 + 16}$$